GUÍA N° 9 – 4^{tos} Medios

(FECHA DESDE 17.08 AL 30.08)

PROFESORES:
SRA. LESLY MUÑOZ – SRA. SUSANA CORTÉS - SRA. MARCELA GARCÉS- SR. FRANCISCO QUIJADA – SR. FERNANDO NAVARRO

Nombre: ____ Curso 4°___ Fecha: __________

- ***Estimado/a Estudiante:*** *Este material de trabajo fue preparado para que lo realices durante 2 semanas (17.08 al 30.08), con la ayuda de tu texto de estudiante (Si no posees el texto, contacta a tu profesor de la asignatura y pide el formato PDF). Como sugerencia puedes distribuir tu tiempo de trabajo 2 veces a la semana (1 hora). Todas tus guías deben ser resueltas, pueden ser archivadas en una carpeta o pegadas en tú cuaderno. (En el caso de no tenerlas impresas registrarlas y resolverlas en tu cuaderno de matemática).*
- *Puedes enviar tus avances, realizar tus dudas o consultas al → Correo del departamento deptomatematicasc52@gmail.com o puedes comunicarte con el profesor de tu asignatura.*

OA 2: Resolver problemas utilizando inecuaciones lineales o sistemas de inecuaciones lineales.

En la presente guía serás capaz de representar intervalos de números reales, conocerás y ejemplificaras algunas propiedades de las desigualdades.

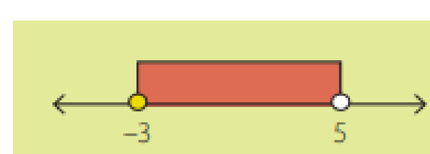
Intervalos de números reales

Si queremos determinar todos los números enteros que cumplen la condición $-3 \leq n < 5$, podemos escribir el conjunto correspondiente, esto es: $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

Ahora, ¿cómo podrías representar por extensión todos los números reales que cumplen la condición $-3 \leq x < 5$? Argumenta tu respuesta.

Seguramente te diste cuenta de que escribir por extensión todos los números reales tales que cumplan $-3 \leq x < 5$ sería imposible, porque hay infinitos números. Pero existe otra manera de representar este tipo de conjuntos: *usando intervalos de números reales*.

En este caso, el conjunto se representa $[-3, 5[$. Se dice que es cerrado en el -3, porque el conjunto incluye ese número, y abierto en el 5, porque no lo incluye. Otra forma de representar este intervalo es gráficamente en la recta real, tal como se muestra en la figura de la derecha. Observa que en el valor -3 hay un círculo pintado; esto es porque el intervalo incluye este valor. En el caso de que no lo incluya, como en el 5, se dibuja un círculo blanco.

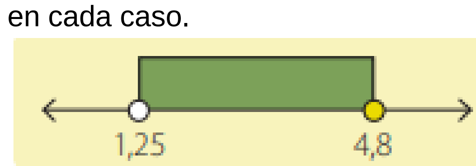


¿Cómo hacerlo?

Representa como un intervalo el conjunto $\{x \in R \,/\, 1{,}25 < x \leq 4{,}8\}$.

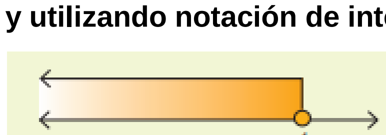
Para expresar el conjunto anterior como intervalo escribimos los números correspondientes a los extremos del intervalo, separados por una coma (o punto y coma) y un espacio, y decidimos la orientación de los corchetes, según si el intervalo es abierto o cerrado, en cada caso.

Luego, el intervalo es $]1{,}25;\ 4{,}8]$, y su representación gráfica es la que se muestra en la imagen de la derecha.



¿Cómo hacerlo?

Respecto de la siguiente figura, ¿qué elementos están representados? Exprésalos como un conjunto, por comprensión, y utilizando notación de intervalos.

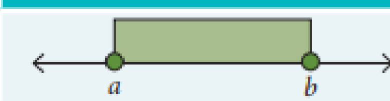
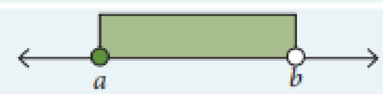
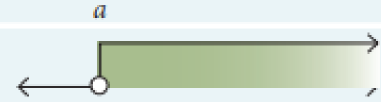
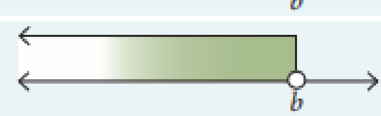


Para expresar la representación gráfica como conjunto, identificamos los números que están identificados en la recta numérica. En este caso, corresponde a todos los números menores que -4.

Luego, como conjunto se escribe $\{x \in R \,/\, x \leq -4\}$ y como intervalo, $]-\infty, -4]$,porque incluye al -4.

Finalmente

El conjunto de números reales que se encuentran entre otros dos números dados se puede representar mediante intervalos, con $a, b \in \mathbb{R}$ y $a < b$.

Tipo de intervalo	Notación	Conjunto	Representación gráfica
Cerrado	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$	
Abierto	$]a, b[$	$\{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$	
Semiabierto	$[a, b[$	$\{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$	
	$]a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$	
No acotados o infinitos	$[a, +\infty[$	$\{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$	
	$]a, +\infty[$	$\{x \in \mathbb{R} / x > a\}$	
	$]-\infty, b]$	$\{x \in \mathbb{R} / x \leq b\}$	
	$]-\infty, b[$	$\{x \in \mathbb{R} / x < b\}$	

Actividades: **resolver las actividades en tu cuaderno.**

1. Encuentra tres números que pertenezcan a cada uno de los intervalos dados.

a. $]0,\ 1[$
b. $]\pi,\ 4]$
c. $]1{,}41,\ \sqrt{2}\,[$
d. $]0,\ 0{,}1[$
e. $]\sqrt{2}\,,\ \sqrt{3}\,[$
f. $]-0{,}001\,,\ 0[$

2. Expresa como intervalo y representa gráficamente los siguientes conjuntos.

a. $\{x \in R \,/\, -\sqrt{3} < x\}$
b. $\{x \in R \,/\, {}^{1}/_{5} < x \leq 1{,}33\}$
c. $\{x \in R \,/\, 0 < x \leq 0{,}5\}$
d. $\{x \in R \,/\, x \leq -3\}$
e. $\{x \in R \,/\, -12 \leq x \leq 5{,}8\}$
f. $\left\{x \in R \,/\, x > {}^{4}/_{5}\right\}$

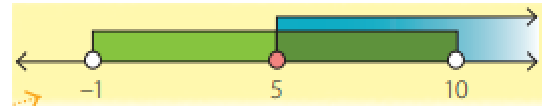
3. Considera los siguientes números: $0, \pi, \sqrt{2}\ y\ {}^{3}/_{4}$.

a. Encuentra un intervalo que contenga todos estos números.
b. Encuentra un intervalo que no contenga ninguno de ellos.
c. Para cada número, encuentra un intervalo cerrado que lo contenga y cuyos extremos sean números enteros consecutivos.

De la misma manera que pueden realizarse operaciones entre conjuntos, tales como su unión y su intersección, estas operaciones pueden extenderse a los intervalos, ya que, por definición, los intervalos son conjuntos de números reales.

En particular, nos concentraremos en la unión y la intersección de intervalos de números reales; por ejemplo, si tenemos los intervalos $\boldsymbol{A} =]-\mathbf{1}, \mathbf{10}[$ y $\boldsymbol{B} = [\mathbf{5}, +\infty[$ podemos determinar la unión $\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}$, considerando tanto los números que están entre -1 y 10, ambos no incluidos, como los que son mayores o iguales que 5.

Observa la representación gráfica de ambos conjuntos:



En la figura anterior, representamos con color verde el conjunto A, y con azul el conjunto B. Entonces, para determinar $A \cup B$ debemos incluir todos los valores de la recta que quedaron pintados, ya sea con verde por pertenecer a A, o con azul por pertenecer a B. Finalmente podemos concluir que:

$$\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} =]-\mathbf{1}, +\infty[.$$

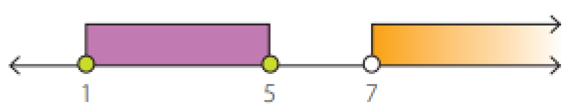
Por otra parte, podemos determinar la intersección $A \cap B$, que corresponde a los números que pertenecen a A y B simultáneamente. En la figura anterior, $A \cap B$ son los valores de la recta que quedaron coloreados con verde y azul, es decir:

$$\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} = [\mathbf{5}, \mathbf{10}[$$

¿Cómo hacerlo?

Considera los intervalos $\boldsymbol{C} = [\mathbf{1}, \mathbf{5}]$ y $\boldsymbol{D} =]\mathbf{7}, +\infty[$. Determina $\boldsymbol{C} \cap \boldsymbol{D}$ y $\boldsymbol{C} \cup \boldsymbol{D}$.

Observa la representación gráfica de los intervalos C y D:



Para determinar el conjunto intersección $\boldsymbol{C} \cap \boldsymbol{D}$, debemos observar cuáles son los elementos en común en ambos intervalos. Pero, en este caso, los conjuntos no tienen elementos en común. Esta situación la podemos verificar al observar que el mayor valor que pertenece al intervalo $\boldsymbol{C}$ es menor que el menor valor perteneciente al intervalo $\boldsymbol{D}$; luego, no hay intersección, y decimos que $\boldsymbol{C} \cap \boldsymbol{D} = \emptyset$.

Por otra parte, para determinar el conjunto unión, observamos que no es posible expresar la unión de ellos como un único intervalo, porque no tienen elementos en común. Cuando esto sucede, solo lo representamos como $\boldsymbol{C} \cup \boldsymbol{D} = [\mathbf{1}, \mathbf{5}] \cup]\mathbf{7}, +\infty[$.

Finalmente

Si se tienen dos intervalos A y B de números reales:

- la unión entre A y B ($A \cup B$) es otro intervalo que contiene todos los elementos de A y todos los elementos de B;
- la intersección entre A y B ($A \cap B$) es otro intervalo que contiene los elementos que están en A y que también están en B. Si A y B no tienen elementos en común, la intersección entre A y B es el conjunto vacío, $\emptyset$.

Actividades: **resolver las actividades en tu cuaderno.**

1. Determina las siguientes uniones e intersecciones de intervalos. Expresa tu resultado como intervalo y represéntalo gráficamente en la recta real.

a. $[2, 5[\cup]3, 18[$
b. $]-5, 1] \cap]1, 7[$
c. $\left[-7/_4 \, , \, ^5/_3\right] \cup]0, +\infty[$
d. $\left[-7/_4 \, , \, ^5/_3\right] \cap]0, +\infty[$
e. $[0, 1[\cap (]-3, 1[\cap [0, 5])$
f. $(]-\infty, 2[\cap [12, +\infty[) \cup [0, 20]$

2. Escribe una unión o intersección de intervalos cuyo conjunto solución esté representado en las siguientes figuras.

a

a. 

b. 

c. 

d. 

3. Dados los intervalos $\mathbf{A} =]-\infty, 1[$, $\mathbf{B} =]-3, 7]$, $\mathbf{C} =]-4, 9[$ y $\mathbf{D} = [7, +\infty[$, determina:

a. $A \cup B$
b. $A \cup D$
c. $B \cap C$
d. $(B \cap D) \cup C$
e. $(A \cap B) \cup (C \cap D)$
f. $(A \cup C) \cap (B \cup D)$

4. Responde las siguientes preguntas.

a. ¿Con qué intervalo representarías el conjunto de los números reales positivos?, ¿y el de los números reales negativos?
b. ¿Puedes representar el conjunto de los números naturales por medio de un intervalo? Justifica tu respuesta.

Propiedades de las desigualdades

Tres amigos, Bruno, Gustavo y Tomás, tienen música en sus celulares. Gustavo tiene menos canciones que Bruno y Tomás tiene más canciones que Bruno.

¿Quién tiene más canciones en su celular: Tomás o Gustavo?, ¿cómo lo supiste?

Casos como el del problema anterior también los podemos resolver utilizando algunas propiedades que tienen las desigualdades. Observa.

Si representamos como $\boldsymbol{g}$, $\boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{t}$ la cantidad de canciones que tienen Gustavo, Bruno y Tomás, respectivamente, podemos modelar la situación usando desigualdades, al escribir: $\boldsymbol{g} < \boldsymbol{b}$ y $\boldsymbol{b} < \boldsymbol{t}$, Luego, se cumple que: $\boldsymbol{g} < \boldsymbol{b} < \boldsymbol{t}$.

Finalmente, podemos concluir que $\boldsymbol{g} < \boldsymbol{t}$, es decir, Gustavo tiene menos canciones que Tomás, o bien, Tomás tiene más canciones que Gustavo.

La propiedad anterior se denomina ***transitividad***.

Ahora, si Tomás agrega 5 canciones más a su colección y Gustavo también agrega 5 canciones a su colección, ¿seguirá Tomás teniendo más canciones que Gustavo?

La respuesta es correcta, ya que ambos agregaron la misma cantidad de canciones, por lo tanto, Tomás seguirá teniendo más. Lo mismo ocurriría si ambos jóvenes eliminaran la misma cantidad de canciones.

Por lo tanto, si a ambos lados de una desigualdad se suma o resta un mismo número, la desigualdad se mantiene. Esta propiedad la podemos verificar con algunos ejemplos. Observa.

$$\mathbf{3} < \mathbf{7} \ \textit{Sumamos } 5 \textit{ a cada lado de la desigualdad.}$$

$$\mathbf{3} + \mathbf{5} \ ? \ \mathbf{7} + \mathbf{5} \ \textit{Calculamos las sumas y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$\mathbf{8} < \mathbf{12}$$

Si te fijas, pese a sumar 5 a ambos lados de la desigualdad, el sentido de ésta no cambió. En el caso de la sustracción ocurre algo similar:

$$\mathbf{3} < \mathbf{7}\ \textit{Restamos 6 a cada lado de la desigualdad.}$$

$$\mathbf{3}-\mathbf{6}\ ?\ \mathbf{7}-\mathbf{6}\ \textit{Calculamos las restas y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$-\mathbf{3} < \mathbf{1}$$

Finalmente

- Propiedad de transitividad:
  Si a, b y c son números reales y se cumple que $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.
- El sentido de una desigualdad no cambia si se suma o resta un mismo número real a ambos lados de la desigualdad. Es decir:
  - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}$, entonces, $a + c < b + c$;
  - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}$, entonces $a - c < b - c$.

Ya vimos lo que ocurre si sumamos o restamos un número real a ambos lados de la desigualdad. Pero, ¿qué crees que sucede si multiplicamos o dividimos una desigualdad por un número real?

Para responder la pregunta anterior debemos considerar si multiplicamos la desigualdad por un número real positivo o negativo; por ejemplo, observa lo que sucede si multiplicamos por un número real positivo:

$$\mathbf{4} < \mathbf{6}\ \textit{Multiplicamos por } 5.$$

$$\mathbf{4}\cdot\mathbf{5}\ ?\ \mathbf{6}\cdot\mathbf{5}\ \textit{Calculamos los productos y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$\mathbf{20} < \mathbf{30}$$

Si te fijas, el sentido de la desigualdad no cambia si multiplicamos ambos lados por un número real positivo. En el caso de la división sucede lo mismo; por ejemplo:

$$\mathbf{36} > \mathbf{24}\ \textit{Dividimos por } 12.$$

$$\mathbf{36}/_{\mathbf{12}}\ ?\ \mathbf{24}/_{\mathbf{12}}\ \textit{Calculamos los cocientes y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$\mathbf{3} > \mathbf{2}$$

Ahora veamos qué ocurre si multiplicamos o dividimos ambos lados de una desigualdad por un número real negativo. Observa.

$$\mathbf{2} < \mathbf{4}\ \textit{Multiplicamos por } -3.$$

$$\mathbf{2}\cdot(-\mathbf{3})\ ?\ \mathbf{4}\cdot(-\mathbf{3})\ \textit{Calculamos los productos y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$-\mathbf{6} > -\mathbf{12}$$

En el caso anterior, ocurrió que al multiplicar ambos lados de la desigualdad por un número negativo el sentido de la desigualdad cambió. En la división sucede algo similar, es decir, si ambos lados de una desigualdad se dividen por un número negativo, el sentido de la desigualdad cambia; por ejemplo:

$$-\mathbf{20} < \mathbf{28}\ \textit{Dividimos por } -4.$$

$$-\mathbf{20}/_{-\mathbf{4}}\ ?\ \mathbf{28}/_{-\mathbf{4}}\ \textit{Calculamos los cocientes y verificamos el signo de la desigualdad.}$$

$$\mathbf{5} > -\mathbf{7}$$

En general, si multiplicamos o dividimos ambos lados de una desigualdad por un mismo número real negativo, el sentido de esta se invierte.

Finalmente

- El sentido de una desigualdad **no cambia** si se multiplica o divide un mismo **número real positivo** a ambos lados de la desigualdad. Es decir:
  - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^+$, entonces $ac < bc$;
  - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^+$, entonces $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.
- El sentido de una desigualdad **cambia** si se multiplica o divide un mismo **número real negativo** a ambos lados de la desigualdad. Es decir:
  - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^-$, entonces $ac > bc$;
  - si $a < b$, y $c \in \mathbb{R}^-$, entonces $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

Podemos aplicar las propiedades anteriores en diversas situaciones en las que intervienen desigualdades, por ejemplo, si queremos viajar a algún lugar muy lejano es importante saber la temperatura que hay en ese lugar, para saber si es necesario llevar ropa abrigada o no. El problema es que, dependiendo del lugar, la temperatura se mide con diferentes escalas; por ejemplo, en Chile la temperatura se mide en grados Celsius (°C), mientras que, en otros países, como Estados Unidos se mide en grados Fahrenheit (°F). La relación entre estas dos escalas está dada por la expresión $\boldsymbol{C = \frac{5}{9}(F - 32)}$, donde $\boldsymbol{C}$ es la temperatura expresada en grados Celsius y $\boldsymbol{F}$, en grados Fahrenheit.

Considera la siguiente situación: los integrantes de la selección chilena de fútbol viajarán a Estados Unidos a jugar un partido con la selección de ese país. El pronóstico del tiempo para el día del viaje es el indicado en la tabla de la izquierda. ¿Crees que deban llevar ropa abrigada?, ¿por qué?

Dado que en Chile estamos acostumbrados a medir las temperaturas usando grados Celsius, a primera vista nos será difícil decidir si ese día en Estados Unidos será caluroso o no, ya que las temperaturas están expresadas en grados Fahrenheit. Sin embargo, podemos usar las propiedades de las desigualdades para transformar las temperaturas descritas en °F a °C. Observa.

Podemos representar la variación de la temperatura en el día, entre $30\,ºF$ y $41\,ºF$, como $30 \leq F \leq 41$.

Para representar esta variación de temperatura en grados Celsius, podemos basarnos en la expresión $\boldsymbol{C = \frac{5}{9}(F - 32}$, que muestra la relación entre $ºC$ y $ºF$. Observa.

$$\boldsymbol{30 \leq F \leq 41} \ Restamos\ 32.$$

$$\boldsymbol{-2 \leq F - 32 \leq 9} \ Multiplicamos\ por\ {}^{5}/_{9}.$$

$$\boldsymbol{-1,1 \leq \frac{5}{9}(F - 32) \leq 5} \ Remplazamos\ según\ la\ expresión\ C = \frac{5}{9}(F - 32).$$

$$\boldsymbol{-1,1 \leq C \leq 5}$$

Lo anterior indica que la temperatura pronosticada para ese día en el lugar del partido será entre $-1,1$ °C y 5°C. Por lo tanto, los jugadores deben llevar ropa muy abrigada.

¿Cómo hacerlo?

Sea a un número positivo comprendido entre 0 y 1, es decir, $0 < a < 1$. ¿Entre qué valores se encuentra la expresión $1 - a$?

Partimos por la condición inicial:

$$\boldsymbol{0 < a < 1} \ Multiplicamos\ por\ -1, por\ lo\ que\ las\ desigualdades\ se\ invierten.$$

$$\boldsymbol{0 > -a > -1} \ Sumamos\ 1.$$

$$\boldsymbol{1 > 1 - a > 0}$$

Si reescribimos la desigualdad en el otro orden, tenemos $0 < 1 - a < 1$. Luego, si a es un número positivo menor que 1, entonces la expresión $1 - a$ se encuentra entre 0 y 1.

Actividades: **resolver las actividades en tu cuaderno.**

1. Si un número varía entre –6 y 8, ¿entre qué valores varía su opuesto, disminuido en 9?
2. Si un número se encuentra entre 10 y 20, ¿entre qué valores se hallará el cuádruple de tal número, disminuido en 6?
3. Sea x un número positivo tal que $0 < x < 3$. ¿Entre qué valores se encuentra la expresión $1 - \frac{3x}{2}$?
4. Si el lado de un cuadrado varía entre 4 cm y 8 cm, ¿entre qué valores varía su perímetro?, ¿y su área aumentada en 2?
5. Considera la expresión $H = 2t^2 - 15t + 28$. Usando las propiedades de las desigualdades, demuestra que si $5 \leq t \leq 9$, entonces $3 \leq H \leq 55$.
6. Una escala de temperatura muy utilizada por los científicos es la escala Kelvin (K). La relación entre la temperatura en grados Fahrenheit y Kelvin se puede representar por medio de la expresión F = 1,8K – 459,67, donde F es la temperatura medida en grados Fahrenheit y K, en Kelvin.
a. Si el agua permanece en estado líquido entre los 273,15 K y los 373,15 K, ¿cuál es esta variación si se mide en grados Fahrenheit?
b. ¿Entre qué temperaturas el agua permanece líquida si se mide en grados Celsius? Utiliza la expresión que relaciona las temperaturas en grados Celsius y Fahrenheit de la página anterior.
c. Un día, la temperatura mínima en Lautaro fue de 62 ºF, mientras que la máxima llegó a 75 ºF. ¿Cuál es esta variación de temperatura si se mide en Kelvin?
7. Se sabe que $u + 1 < v < 0$. Ordena los números $\frac{u+2}{v-1}$ y $\frac{v+1}{u}$ de menor a mayor.

Las propiedades de las desigualdades también se pueden utilizar para realizar demostraciones matemáticas. Observa.

b	$\frac{1}{b}$	$b+\frac{1}{b}$
5	0,2	5,2
2,5	0,4	2,9
2	0,5	2,5
1,5	$0,\overline{6}$	$2,1\overline{6}$
1	1	2
0,8	1,25	2,05
0,5	2	2,5

En la tabla de la izquierda asignamos distintos valores positivos a b y registramos la suma de este número con su recíproco. Si te fijas, al parecer el resultado de $b + \frac{1}{b}$ es mayor o igual que 2 para cualquier valor positivo que asignemos a b. Por lo tanto, podemos suponer que si $b > 0$, se cumple la siguiente desigualdad:

$$b + \frac{1}{b} \geq 2$$

En este caso propusimos una conjetura, la cual es una afirmación que suponemos cierta. Sin embargo, es imposible verificar que esta desigualdad se cumple para todos los posibles valores de b. De modo que debemos demostrarla de manera general, utilizando las propiedades de las desigualdades que aprendiste en las páginas anteriores.

Para hacer tal demostración, partiremos de nuestra conjetura y usaremos las propiedades de las desigualdades hasta llegar a otra desigualdad que sea cierta:

Operación (ida)	Desigualdad	Operación (vuelta)
	$b+\frac{1}{b} \geq 2$	Multiplicamos por el número positivo b.
Dividimos por el número positivo b.	$b^2+1 \geq 2b$	Restamos $2b$.
Sumamos $2b$.	$b^2-2b+1 \geq 0$	Factorizamos.
Desarrollamos el cuadrado de binomio.	$(b-1)^2 \geq 0$	

Sabemos que la última desigualdad es cierta pues el cuadrado de un número siempre es mayor o igual que 0. Luego, si partimos por la última desigualdad y realizamos el proceso inverso, es decir, efectuando las operaciones indicadas en el lado izquierdo, llegaremos a nuestra conjetura. Luego, hemos demostrado que $b + \frac{1}{b} \geq 2$ para todo b positivo.

¿Cómo hacerlo?

Demuestra que $\frac{1}{2}(a^2 + b^2) \geq ab$ para todos los valores reales de a y b.

Partimos por una expresión que sabemos cierta:

$$(a - b)^2 \geq 0 \text{ Desarrollamos el cuadrado de binomio.}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \text{ Sumamos } 2ab.$$

$$a^2 + b^2 \geq 2ab \text{ Dividimos por } 2.$$

$$\frac{1}{2}(a^2 + b^2) \geq ab$$

Por lo tanto, la conjetura es válida para todos los valores reales de a y b.

Finalmente

- Una **conjetura** es una afirmación que se supone cierta pero que aún no ha sido demostrada.
- Para demostrar una conjetura en la que hay una desigualdad es necesario partir con una afirmación verdadera y luego utilizar las propiedades de las desigualdades para transformar la afirmación inicial en otras expresiones, hasta llegar a la conjetura que queremos demostrar.

Actividades: **resolver las actividades en tu cuaderno.**

1. Lee con atención la demostración de la propiedad $b + \frac{1}{b} \geq 2$ para todo b positivo, de la página anterior. ¿En qué parte del razonamiento fue importante el hecho de que b fuese un número positivo?

2. Demuestra que $\frac{a}{5b} + \frac{5b}{4a} \geq 1$ si $a < 0$ y $b < 0$.

a. ¿En qué casos se verifica la igualdad?
b. ¿Qué sucede con la desigualdad para $a > 0$ y $b > 0$?

3. Para todos los valores de x en la siguiente tabla, tenemos que $0 < x < 1$.

x	0,95	0,80	0,65	0,20	0,10	0,01
x^2						

a. Completa la tabla en tu cuaderno.
b. Compara los valores de x y x^2 . ¿Qué relación de orden se da entre ellos?, ¿ocurre lo mismo si $x \leq -1$ o $x \geq 1$?
c. A partir de lo anterior, completa la siguiente conjetura: si $0 < x < 1$, entonces: _______________
d. Demuestra la conjetura que propusiste.

4. Si $a > 0$ y $b > 0$, demuestra que $a + b > \frac{a^2+b^2}{a+b}$.

Me evaluó: evalúa tu trabajo marcando con una X tu nivel de desempeño.

Indicador	Muy bien	Regular	Insuficiente
1) Soy capaz de representar como intervalo un conjunto numérico.			
2) Soy capaz de representar de manera gráfica un conjunto numérico.			
3) Soy capaz de representar una unión de intervalos.			
4) Soy capaz de representar la intersección de intervalos.			
5) Soy capaz de identificar propiedades de las desigualdades.			
6) Soy capaz de aplicar propiedades de las desigualdades.			
7) Cuando tuve dudas; consulte al profesor/a, a un compañero/a o busque información en internet.			
8) Di todo mi esfuerzo posible en el desarrollo de las actividades.			

¿Qué es lo que más me ha costado?

¿Qué es lo que más me ha gustado?