Liceo Politécnico
Ema Espinoza Correa
Lautaro

PROFESORES: SRA. LESLY MUÑOZ R. –SRA. SUSANA CORTÉS L.
SR. FRANCISCO QUIJADA M. – SR. FERNANDO NAVARRO B.
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

# GUÍA N° 7 – 2$^{dos}$ Medios

**(29.06 al 12.07)**

Nombre: ______________________________________________________ Curso ______ Fecha: _________

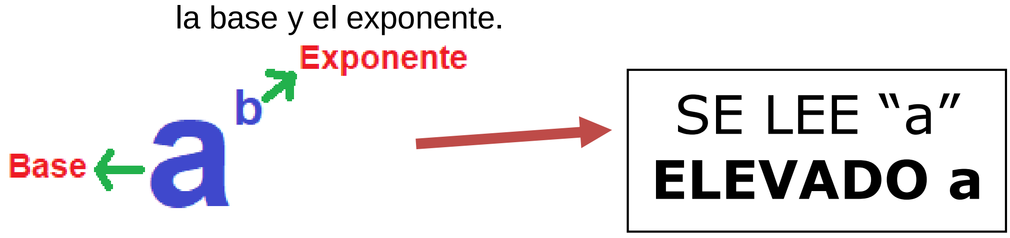
***Estimado/a Estudiante:*** Esta Guía está pensada para que trabajes en ella 2 semanas, intenta dedicar diariamente de 30 minutos a 1 hora para poder desarrollar las actividades que se te proponen. Recuerda guardar todo lo realizado en una carpeta o en tu cuaderno, para que a la vuelta presencial lo puedas presentar. Puedes enviar tus avances, dudas o consultas al correo deptomatematicasc52@gmail.com o al WhatsApp +56997802586 del profesor Francisco Quijada, o comunicarte con tu profesor o profesora de Matemáticas perteneciente a tu curso.

**OA: Mostrar que comprenden la relación entre Potencias y las Raíces Enésimas.**

## Para desarrollar nuestro objetivo, primero recordemos lo que era una potencia y como resolverlas.

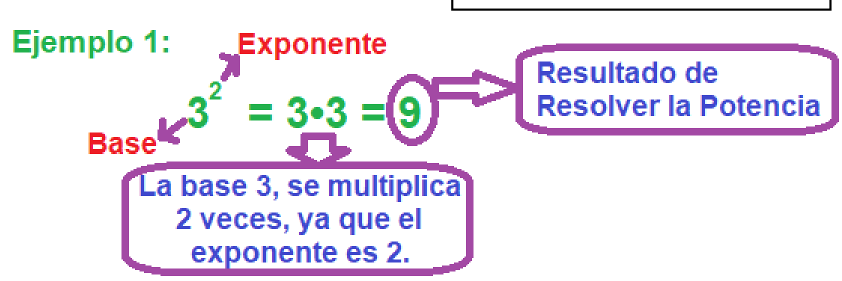
## ¿Qué es una Potencia?

Es una forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales, en ella se reconocen la base y el exponente.



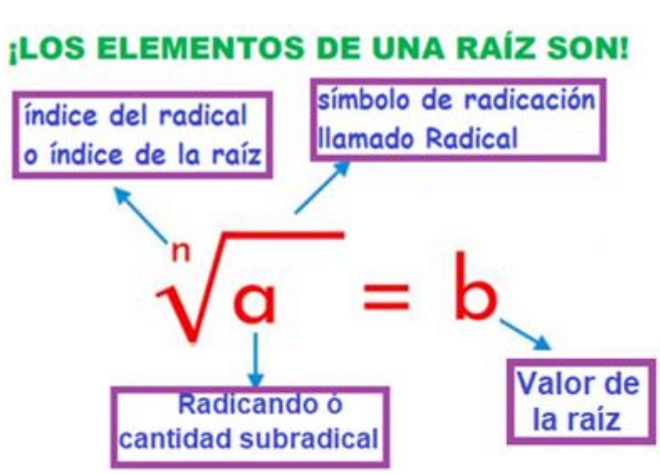

## ¿Cómo se Resuelve una Potencia?

Haciendo una multiplicación Iterada de la base según cuanto nos diga el exponente, en otras palabras, se debe multiplicar la base tantas veces como el exponente nos diga.




## RAICES ENÉSIMAS

**Recordemos que:**




El valor de la raíz corresponde a un número, que al multiplicarlo n veces (dependiendo del índice) nos dé como resultado la cantidad subrradical.

## La guía anterior termina con la siguiente pregunta:
## ¿Existirán otro método para determinar valores de raíces enésimas?
## Dicho método es la descomposición por factores primos.

**Descompondremos por factores primos $\sqrt[3]{216} =$ para determinar su valor:**

| | |
|---|---|
| 216 | : 2 |
| 108 | : 2 |
| 54 | : 2 |
| 27 | : 3 |
| 9 | : 3 |
| 3 | : 3 |
| 1 | |

Primero, descomponemos usando factores primos.
Luego reescribimos el $\sqrt[3]{216}$ usando todos los números que utilizamos en la descomposición, que, aunque no lo creas, si los multiplicas te darán 216.

$\sqrt[3]{2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 3 \bullet 3 \bullet 3}$ Ahora "agrupamos de a 3" ya que el índice es 3.

$\sqrt[3]{2^3 \bullet 3^3}$ Esto ocurre ya que, por propiedad de potencias, misma base, se conserva la base y como hay multiplicación, se suman los exponentes.

$\sqrt[3]{2^3} \bullet \sqrt[3]{3^3}$ Separamos usando propiedad de raíces.

$\sqrt[\cancel{3}]{2^{\cancel{3}}} \bullet \sqrt[\cancel{3}]{3^{\cancel{3}}}$ Por ultimo mismo Índice y mismo exponente se cancelan lo que nos queda: $2 \bullet 3 = 6$

**Por lo tanto** $\sqrt[3]{216} = 6$

## Ahora bien, ¿Por qué mismo índice y mismo exponente se cancelan?

**Esto es porque las potencias y raíces está relacionadas. Ya que es posible expresar una potencia de exponente fraccionario como raíz, y una raíz como potencia con exponente fraccionario. Observa cómo.**

**Pasar de Raíz a Potencia**

$$\sqrt[2]{a^1} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[5]{b^3} = b^{\frac{3}{5}}$$

$$\sqrt[4]{x^7} = x^{\frac{7}{4}}$$

**Pasar de Potencia Raíz**

$$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{a^1}$$

$$b^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{b^3}$$

$$x^{\frac{7}{4}} = \sqrt[4]{x^7}$$

Observa que:
- En ambos casos el índice de la raíz corresponde al denominador del exponente fraccionario de la potencia.
- En ambos casos el exponente de la cantidad subrradical corresponde al numerador del exponente fraccionario de la potencia.

**Observa el porqué del final del ejercicio anterior cuando descompusimos $\sqrt[3]{216}$**

$\sqrt[3]{2^3} \bullet \sqrt[3]{3^3}$

$2^{\frac{3}{3}} \bullet 3^{\frac{3}{3}}$ Si transformamos a potencias

$2^1 \bullet 3^1$ y como 3:3 es igual a 1, nos queda:

$2 \bullet 3 = 6$ Como por propiedad de potencias, todo número elevado a 1 es el mismo número, nos queda que 2•3=6.

y ésta es la razón por la cual se cancelaban el índice con el exponente

## AHORA TE TOCA A TÍ

**Actividad 1**: Transforma o Expresa las siguientes raíces como Potencias y las Potencias como raíces. Sólo realiza la transformación como en los siguientes ejemplos, no las calcules aún.

**De Potencia a Raíz**

$$2^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{2^2}$$

**De Raíz a Potencia**

$$\sqrt[\square]{7^{\square}} = 7^{\frac{1}{2}}$$

Recuerda que si no hay índice, oculto hay un 2.

Recuerda que si no tiene exponente, oculto hay un 1.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $6^{\frac{1}{5}} =$ | $\sqrt[3]{4^8} =$ | $101^{\frac{3}{n}} =$ | $\sqrt[6]{7} =$ |
| $8^{\frac{1}{3}} =$ | $\sqrt[5]{9^2} =$ | $p^{\frac{2}{7}} =$ | $\sqrt[3]{p^4} =$ |
| $24^{\frac{5}{9}} =$ | $\sqrt{5^3} =$ | $3^{\frac{7}{4}} =$ | $\sqrt{12} =$ |
| $x^{\frac{5}{2}} =$ | $\sqrt[7]{m^4} =$ | $98^{\frac{1}{2}} =$ | $\sqrt[4]{15^{21}} =$ |
| $q^{\frac{7}{4}} =$ | $\sqrt{z^5} =$ | $h^{\frac{15}{23}} =$ | $\sqrt[5]{7^{12}} =$ |

**Entonces, ¿Para qué nos sirve expresar una potencia como raíz y viceversa?**

**La respuesta es, para poder calcular raíces enésimas, escribirlas de otra forma equivalente, o para calcular potencias cuyo exponente es un número racional.**

Usando lo visto anteriormente determinaremos $\sqrt[5]{1024} =$

Como 1024 no tiene exponente, entonces tiene un 1 escondido ahí, pero así no nos sirve para poder calcular, entonces usaremos la descomposición prima.

| | |
|---|---|
| **1024** | **: 2** |
| **512** | **: 2** |
| **256** | **: 2** |
| **128** | **: 2** |
| **64** | **: 2** |
| **32** | **: 2** |
| **16** | **: 2** |
| **8** | **: 2** |
| **4** | **: 2** |
| **2** | **: 2** |
| **1** | |

Entonces $\sqrt[5]{1024} = \sqrt[5]{2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2}$

Usamos propiedad de potencias
Misma base, se conserva y como
Es multiplicación se suman los
Exponentes (recuerda que si no hay
Exponente, hay un 1 oculto en cada 2). $= \sqrt[5]{2^{10}}$

Ahora aplicamos lo visto en la página anterior
Y lo transformamos a potencia. $= 2^{\frac{10}{5}}$

Luego dividimos la fracción (si es posible) $= 2^2$

Resolvemos la potencia. $= 2 \bullet 2 = 4$

## AHORA TE TOCA A TÍ

**Actividad 2**: Encuentra el valor de las siguientes raíces enésimas usando descomposición prima. Recuerda que cuando la raíz no tiene índice es porque se refiere a una raíz cuadrada (índice 2).

| Raíz | Valor de la Raíz |
|---|---|
| $\sqrt{4}$ | |
| $\sqrt{9}$ | |
| $\sqrt{16}$ | |
| $\sqrt{25}$ | |
| $\sqrt{36}$ | |
| $\sqrt{49}$ | |
| $\sqrt{64}$ | |
| $\sqrt{81}$ | |
| $\sqrt{100}$ | |
| $\sqrt{121}$ | |
| $\sqrt{144}$ | |
| $\sqrt{196}$ | |

| Raíz | Valor de la Raíz |
|---|---|
| $\sqrt{400}$ | |
| $\sqrt{900}$ | |
| $\sqrt[3]{8}$ | |
| $\sqrt[3]{27}$ | |
| $\sqrt[3]{64}$ | |
| $\sqrt[3]{125}$ | |
| $\sqrt{225}$ | |
| $\sqrt[3]{512}$ | |
| $\sqrt[3]{729}$ | |
| $\sqrt[3]{1000}$ | |
| $\sqrt[4]{16}$ | |
| $\sqrt[4]{81}$ | |

| Raíz | Valor de la Raíz |
|---|---|
| $\sqrt[4]{1296}$ | |
| $\sqrt[4]{4096}$ | |
| $\sqrt[5]{32}$ | |
| $\sqrt[5]{243}$ | |
| $\sqrt[5]{256}$ | |
| $\sqrt[6]{64}$ | |
| $\sqrt[6]{729}$ | |
| $\sqrt[7]{128}$ | |
| $\sqrt[7]{2187}$ | |
| $\sqrt[8]{256}$ | |
| $\sqrt[4]{256}$ | |
| $\sqrt[4]{625}$ | |

Importante es que entiendas que la descomposición se usa también para casos como el siguiente.

$$3\sqrt{8} + 5\sqrt{32} + 7\sqrt{128} =$$

Observa que las siguientes raíces no se pueden sumar, ya que sus cantidades subrradical son distintas, entonces usamos la descomposición, transformación y propiedades de potencias para poder resolver.

$3\sqrt{8}$

**Descomponemos el 8**

| | |
|---|---|
| 8 | : 2 |
| 4 | : 2 |
| 2 | : 2 |
| 1 | |

$$3\sqrt{2\cdot 2\cdot 2}$$
$$3\sqrt{2^2\cdot 2}$$
$$3\cdot 2^{\frac{2}{2}}\cdot\sqrt{2}$$
$$3\cdot 2^1\cdot\sqrt{2}$$
$$3\cdot 2\cdot\sqrt{2}$$
$$6\sqrt{2}$$

$5\sqrt{32}$

**Descomponemos el 32**

| | |
|---|---|
| 32 | : 2 |
| 16 | : 2 |
| 8 | : 2 |
| 4 | : 2 |
| 2 | : 2 |
| 1 | |

$$5\sqrt{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}$$
$$5\sqrt{2^4\cdot 2}$$
$$5\cdot 2^{\frac{4}{2}}\cdot\sqrt{2}$$
$$5\cdot 2^2\cdot\sqrt{2}$$
$$5\cdot 2\cdot 2\cdot\sqrt{2}$$
$$20\sqrt{2}$$

$7\sqrt{128}$

**Descomponemos el 128**

| | |
|---|---|
| 128 | : 2 |
| 64 | : 2 |
| 32 | : 2 |
| 16 | : 2 |
| 8 | : 2 |
| 4 | : 2 |
| 2 | : 2 |
| 1 | |

$$7\sqrt{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}$$
$$7\sqrt{2^6\cdot 2}$$
$$7\cdot 2^{\frac{6}{2}}\cdot\sqrt{2}$$
$$7\cdot 2^3\cdot\sqrt{2}$$
$$7\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot\sqrt{2}$$
$$56\sqrt{2}$$

Observa que siempre nos fue quedando un 2 dentro de la raíz, ya que no era posible dividir en forma exacta si usábamos todos los factores que estaban dentro de las raíces. Ahora con esto ya podemos sumas, ya que todas las cantidades subrradicales son iguales.

$$6\sqrt{2} + 20\sqrt{2} + 56\sqrt{2} = 82\sqrt{2}$$

Ahora bien, ¿qué pasa si tenemos potencias con exponente racional, como las resolvemos?

Tenemos 2 métodos, el primero es usando descomposición y propiedades sólo de potencias, y el segundo transformando a raíz. **El primero resulta muy útil cuando el resultado nos da exacto.**

**Ejemplo 1:** Si queremos determinar $8^{\frac{1}{3}}$ lo haremos usando los 2 métodos.

Método 1: Usando descomposición y propiedades de potencias.

**Descomponemos el 8**

| | |
|---|---|
| 8 | : 2 |
| 4 | : 2 |
| 2 | : 2 |
| 1 | |

**Entonces $8 = 2^3$**

$8^{\frac{1}{3}}$ Reemplazamos el 8 por 2 elevado a 3.

$(2^3)^{\frac{1}{3}}$ Tenemos potencia de una potencia, entonces multiplicamos 3 por 1/3, lo que nos da 3/3 = 1.

$(2)^{\frac{3}{3}}$

$2^1 = 2$ Como 2 elevado a 1 es 2, entonces $8^{\frac{1}{3}} = 2$

Método 2: Transformando a raíz.

$$8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

Transformamos de potencia a raíz, descomponemos el 8, mismo índice con mismo exponente se cancelan, el resultado es 2.

**Ejemplo 2:** Si queremos determinar $2^{\frac{5}{4}}$

Como el 2 ya no se puede descomponer, entonces lo mejor es traspasarlo a raíz.

$2^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{2^5}$ Lo pasamos a raíz

$= \sqrt[4]{2^4 \bullet 2^1}$ Reescribimos 2 elevado a 5 usando propiedades de potencias.

$= \sqrt[4]{2^4} \bullet \sqrt[4]{2^1}$ Separamos las raíces y cómo mismo exponente con mismo índice se cancelan, entonces.

$= 2\sqrt[4]{2}$ Y ésta es la forma de escribir el resultado, ya que no era exacto.

AHORA TE TOCA A TÍ

**Actividad 3**: Encuentra el valor de las siguientes potencias si es posible, de no serlo déjala expresada como raíz. (igual que el ejemplo anterior)

| | | |
|---|---|---|
| $9^{\frac{1}{2}} =$ | $121^{0,5} =$ | $(-27)^{\frac{1}{3}} =$ |
| $(-8)^{\frac{2}{3}} =$ | $81^{0,25} =$ | $121^{\frac{1}{2}} =$ |
| $6^{\frac{1}{5}} =$ | $16^{\frac{1}{4}} =$ | $x^{\frac{1}{2}} =$ |
| $100^{\frac{1}{2}} =$ | $200^{\frac{1}{2}} =$ | $4^{\frac{4}{3}} =$ |

**Desafíos:** Calcula el valor de las siguientes expresiones.

| | |
|---|---|
| $1)\ 3\sqrt{7}+5\sqrt{7}-4\sqrt{7}=$ | $2)\ 3\sqrt{8}-5\sqrt{32}+7\sqrt{128}=$ |
| $3)\ 5\sqrt{27}-4\sqrt{243}+6\sqrt{108}=$ | $4)\ 2\sqrt{125}-3\sqrt{20}+4\sqrt{45}=$ |
| $5)\ \sqrt[3]{216}+\sqrt[5]{-243}+\sqrt[4]{16}=$ | $6)\ \sqrt[5]{-32}-\sqrt[4]{10000}+\sqrt[3]{64}=$ |
| $7)\ 4^{0,5}+16^{\frac{1}{4}}-8^{\frac{1}{3}}=$ | $8)\ 100^{\frac{1}{2}}+64^{\frac{1}{3}}+(-27)^{\frac{1}{3}}=$ |
| $9)\ 64^{0,5}+81^{\frac{1}{4}}-125^{\frac{1}{3}}=$ | $10)\ 81^{0,25}+49^{\frac{1}{2}}-216^{\frac{1}{3}}=$ |
| $11)\ 3\sqrt[5]{0,00001}+\sqrt[3]{\frac{1}{64}}+2\sqrt{64}=$ | |

**Me Evalúo**. Evalúa tu trabajo marcando con una X tu nivel de desempeño.

| Indicador | Muy Bien | Más o menos | Falta reforzar |
|---|---|---|---|
| a) Descompuse un numero natural en su factorización prima | | | |
| b) Expresé raíces como potencias de exponente racional | | | |
| c) Transformé potencias con exponente racional a raíces | | | |
| d) Calculé raíces cuadradas y apliqué sus propiedades | | | |
| e) Calculé potencias y apliqué sus propiedades | | | |
| f) entendí la relación que tienen las potencias con las raíces. | | | |
| g) Calcule desafíos que implicaban descomponer, aplicar conversión de decimales a fracciones, y aplicar propiedades de raíces y potencias al mismo tiempo. | | | |
| h) fui riguroso/a y empeñoso/a con mi trabajo | | | |
| i) Cuando tuve dudas, busqué ayuda, ya sea en internet, familiar o profesor/a. | | | |